MATH-HOME.IR

فصل ۴

جبر و معادله

تبدیل مسائل زندگی روزمره به عبارت‌ها و معادله‌های ریاضی را مدل‌سازی می‌گویند. برای مثال هزینهٔ کرایهٔ یک اتوبوس عبارت است از یک قیمت ثابت برای ۳ ساعت اول و یک قیمت برای هر ساعت اضافه بعد از ۳ ساعت. بنابراین می‌توان هزینهٔ اتوبوس را به‌صورت یک عبارت جبری به‌صورت $C = a+nb$ نمایش داد. حروف b، a، c و n به چه معنی هستند؟

- الگوهای عددی
- عبارت‌های جبری
- مقدار عددی یک عبارت جبری
- معادله

۱- بتوانند از حروف در بیان روابط کلی و قواعد استفاده کنند.

۲- از حروف برای بیان روابط هندسی و ریاضی مثل مساحت و محیط استفاده کنند

۳- عبارت های جبری را بشناسند و هنگام ساده کردن عبارت ها، عملات متشابه را تشخیص دهند

۴- ضرب عدد در یک عبارت

۵- مقدار عددی یک عبارت جبری را محاسبه کند

۶- معادله را بشناسد و روش حل معادله را بداند

۷- با هدف تعادل سازی مسئله را حل کند

MATH-HOME.IR

۱) بحث با الگوی عددی شروع شده تا متغیر را معنی دار کنیم و دانش آموز متغیر را بفهمد

۲) رابطه ی مربوطه هر شکل را بدست آورید

۳) درک مفهوم به ازاء n

الگوهای عددی

فعالیت

۱ــ شکل‌ها به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کنند. با توجه به آن جدول را کامل کنید. ابتدا شکل‌های چهارم و پنجم را رسم کنید.

تعداد چوب کبریت‌ها = ۳ + (شماره‌ی شکل − ۱) × ۲

تعداد چوب کبریت‌ها = ۱ + شماره‌ی شکل × ۲

تعداد = ۱ + ۲n

(۱) ۳ — ۱+۲

(۲) ۳+۲ — ۱+۲

(۳) ۳+۲+۲ — ۱+۲

(۴) ۳+۲+۲+۲

(۵) ۳+۲+۲+۲+۲

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰
تعداد چوب کبریت	۳	۵								

با توجه به الگویی که در جدول مشاهده می‌کنید، توضیح دهید چه رابطه‌ای بین شماره شکل و تعداد چوب‌کبریت‌ها وجود دارد. تعداد چوب کبریت‌های شکل دهم را پیدا کنید.

۳ + (۲+۲+۲+ ... +۲) = ۳+۱۸=۲۱ (۹ تا ۲)

تعداد = ۳ + (n − ۱) × ۲

شکل nام چند چو ب کبریت خواهد داشت؟ تعداد چوب کبریت‌ها را بر حسب n بنویسید.

۲ــ اکنون با توجه به شکل‌های زیر و الگویی که مشاهده می‌کنید، ابتدا شکل پنجم و ششم را رسم و سپس جدول را کامل کنید.

(۱) ۱+(−۱)+۲

(۲) ۱+(−۱)+۲+۲

(۳) ۱+۲+۲

(۴) ۱+۲+۲+۲

(۵) ۱+۲+۲+۲+۲

(۶) ۱+۲+۲+۲+۲+۲ — (−۱)+۲

تعداد = ۱ + (شماره‌ی شکل − ۱) × ۲

تعداد = ۱ + (n − ۱) × ۲

تعداد = (−۱) + ۲ + ۲ + ۲ + ... + ۲ (n تا)

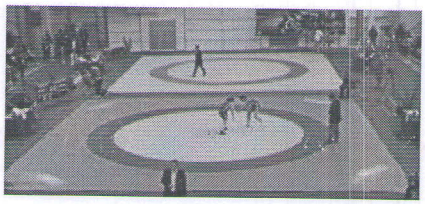
تعداد = (−۱) + ۲n

شماره شکل	۱	۲	۳	۴	۵	۶	.....	n
تعداد دایره								

۳ــ یک تشک کشتی به شکل مربع است. جدول زیر را کامل کنید.

تعداد = ۲n − ۱

اندازه ضلع تشک	۴	۶/۵	$۵\frac{۱}{۳}$	۸	۵	a
محیط تشک	۱۶	۲۶	$۲۱\frac{۱}{۳}$	۳۲	۲۰	۴a



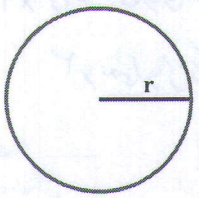
در فعالیت بالا، محیط یک مربع به اندازه a، برابر با ۴a=۴×a است. حرف a یک متغیر نامیده می‌شود. در جبر، متغیرها، نمادهایی برای بیان عددهای نامعلوم یا مقادیر غیر مشخص هستند.

MATH-HOME.IR

MATH-HOME.IR

کار در کلاس

۱ــ در دبستان با محیط و مساحت دایره آشنا شده‌اید. محیط و مساحت دایره را با استفاده از متغیرها نشان دهید.

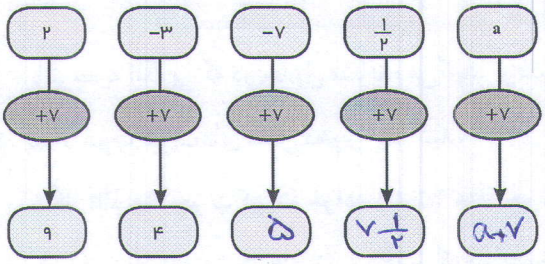


مساحت $S=3/14\times r\times r$ $= \pi r^2$

محیط $p = 2\times r\times 3/14 = 2\pi r$

اول کلامی بیان شود

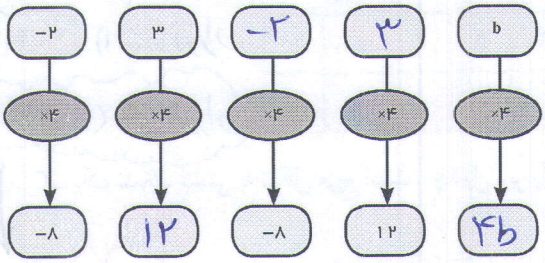
۲ــ نمودار مقابل چه کاری انجام می‌دهد؟



به فارسی توضیح دهید : هر عددی را با ۷ جمع می‌کند، اعداد داخل کادر اول را ۷ واحد افزایش می‌دهد.

نمودارها را کامل کنید.

۳ــ این نمودار چه کاری انجام می‌دهد؟



توضیح دهید : اعداد داخل کادر اول را در عدد ۴ ضرب می‌کند

نمودارها را کامل کنید.

۴ــ جملهٔ nام الگوهای عددها را مانند نمونه بنویسید. ابتدا سه عدد بعدی هر الگو را بنویسید.

۲n و ..... و ..... و ۱۴... و ۱۲... و ۱۰... و ۸ و ۶ و ۴ و ۲ (+۲ +۲ +۲) (۱×۲ ۲×۲ ۳×۲ ۴×۲) — ۲ × شماره‌ی جمله

۵n و ..... و ..... و ۳۰... و ۲۵... و ۲۰ و ۱۵ و ۱۰ و ۵ (+۵ +۵ +۵) (۱×۵ ۲×۵ ۳×۵ ۴×۵) — ۵ × شماره‌ی جمله

۳n یا ۳×n و ..... و ..... و ۶×۲... و ۶×۲... و ۱۲ و ۹ و ۶ و ۳ (۱×۳، ۲×۳، ۳×۳) — ۳ × شماره‌ی جمله

۱ + (۲ × (شماره‌ی جمله − ۱))

..... و ..... و ۱۱... و ۹... و ۷ و ۵ و ۳ و ۱ (+۲ +۲ +۲)

فعالیت

به کمک حروف و نوشتن عبارت‌های جبری قوانینی را که تاکنون در ریاضی یاد گرفته‌اید و به‌صورت عبارت کلامی بیان می‌کردید را می‌توانید به‌صورت جبری بنویسید. برای مثال می‌دانیم عمل جمع خاصیت جابجایی دارد. یعنی $a+b=b+a$ است.

حالا معنی هر تساوی را بیان کنید.

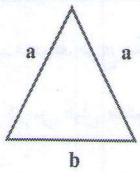
$a+0=a$ $\quad a\times b=b\times a$ $\quad 1\times a=a$

۱ ، ۱+۲ ، ۱+۲+۲ ، ۱+۲+۲+۲ ، ... ، $\underbrace{1+2+2+2+\dots+2}_{n-1}$ → $1+(n-1)\times 2$

$\underbrace{(-1)+2+2+2+\dots+2}_{n}$ → $2n-1$ ، $(-1)+2+2$ ، $(-1)+2$ (روش دوم)

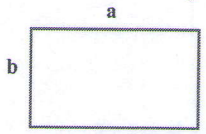
MATH-HOME.IR

تمرین



۱ــ در مثلث متساوی‌الساقین مقابل، اندازهٔ ساق را با a و قاعده را با b نشان می‌دهیم.

الف) چرا هر دو ساق را با a نشان می‌دهیم؟ چون باهم برابر هستند



ب) محیط مثلث را به‌دست آورید. محیط = P = ...a...+...a...+...b...

ج) مساحت مستطیل را با عبارت جبری بنویسید. مساحت = S = ...a... × ...b...

طول × عرض

۲ــ هزینهٔ چاپ کارت ویزیت به این شرح حساب می‌شود : ۳۰۰ تومان قیمت پایه و ۱۰ تومان برای هر کارت. هزینهٔ چاپ ۸ کارت چقدر می‌شود؟

$۸ \times ۱۰ + ۳۰۰ = ۳۸۰$ تومان

$۱۰n + ۳۰۰$

هزینه‌ی چاپ تعداد n تا کارت چقدر می‌شود

۳ــ حمید هر روز چند صفحه قرآن می‌خواند. اگر n تعداد صفحاتی باشد که حمید در یک روز می‌خواند، تعداد صفحاتی را که او در یک هفته می‌خواند با یک عبارت جبری نشان دهید.

۴ــ هزینهٔ ورودی یک اردوگاه برای هر مدرسه ۲۰۰/۰۰۰ هزارتومان و برای هر نفر ۱۰۰۰ تومان است. هزینهٔ این اردوگاه را برای مدرسه‌ای که تعداد دانش‌آموزان a است، با یک عبارت جبری بنویسید.

$۱۰۰۰ \times a + ۲۰۰,۰۰۰$

$۱۰۰۰ \times$ تعداد دانش آموزان $+ ۲۰۰,۰۰۰$

شماره‌ی عدد در چهار باید ضرب شود

۵ــ جملهٔ nام الگوهای زیر را بنویسید.

$\frac{۱}{۱}$ و $\frac{۱}{۲}$ و $\frac{۱}{۳}$ و $\frac{۱}{۴}$ و ..... و $\frac{۱}{n}$

ثابت

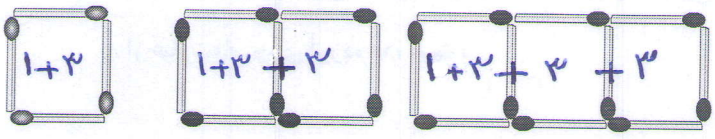
شماره‌ی شکل

۴ و ۸ و ۱۲ و ۱۶ و ...۴n

۲×۴

۱×۴ ۳×۴

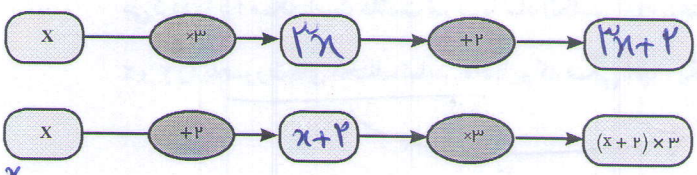
۶ــ شکل nام چند چوب کبریت خواهد داشت؟



چوب کبریت‌ها سه تا سه تا اضافه شده است

شکل nام $= ۱ + ۳n$

۷ــ اگر عدد x وارد نمودارهای زیر شود چه عددی خارج می‌شود؟ تفاوت این دو نمودار را توضیح دهید.



x در عدد ۳ ضرب شده $x \times ۳$

حاصل ۳x با عدد ۲ جمع شده است $۳x+۲$

x

$x+۲$

$(x+۲) \times ۳$

x (عدد مورد نظر) را با عدد دو جمع کرده‌ایم

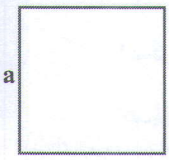
حاصل $(x+۲)$ را در عدد سه ضرب کرده‌ایم

MATH-HOME.IR

عبارت های جبری

فعالیت

۱ــ محیط مربع مقابل را به‌دست آورید.

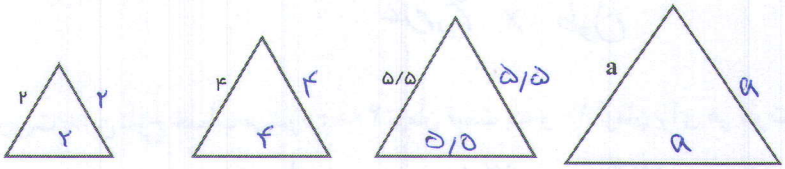


$p = a + a + a + a$

در درس قبل محیط مربع به‌صورت ۴a نوشته شده، درستی تساوی زیر را توضیح دهید.

$a+a+a+a=4a$

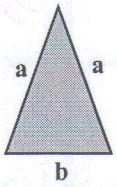
۲ــ محیط مثلث متساوی‌الاضلاع را به دو صورت به‌دست آورید.



۳ــ حالا محیط مثلث متساوی‌الساقین و مستطیل را به‌دست آورید.

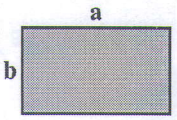
$۲+۲+۲ = ۳\times ۲$

$p = a + a + b =$



$p = ۲a + b$

$p = a + a + b + b =$



$p = ۲a + ۲b$

چرا می‌توانیم a را با a جمع کنیم؟ چون هر دو از یک جنس می‌باشند

آیا می‌توانیم a را با b جمع کنیم؟ خیر، چون از یک جنس نیستند

تعریف

یک عبارت جبری، شامل یک یا چند عدد، متغیر و عمل‌هایی مثل جمع، تفریق، ضرب و تقسیم است. در زیر نمونه‌هایی از عبارت‌های جبری آورده شده است:

$۳x-۷$ و $۵z$ و $m\times ۵n$ و $۴+\frac{p}{q}$

در یک عبارت جبری، اغلب از علامت «.» یا پرانتز برای حاصل‌ضرب بین آنها استفاده می‌شود و از نماد «×» پرهیز می‌گردد، زیرا ممکن است علامت ضرب با نماد انگلیسی «x» به‌عنوان یک متغیر اشتباه شود. در زیر حاصل ضرب دو متغیر x و y را به‌صورت‌های مختلف نمایش داده‌ایم که همگی آنها، یکسان‌اند و هیچ فرقی با یکدیگر ندارند:

xy ، $x.y$ ، $x(y)$ ، $(x)y$ ، $(x)(y)$

ضرب دو متغیر

MATH-HOME.IR

کار در کلاس

۱ــ در بعضی از کشورها میوه را به‌صورت دانه‌ای می‌فروشند. اگر قیمت هر سیب را با a و قیمت هر گلابی را با b نشان دهیم، موارد زیر را با عبارت جبری نشان دهید.

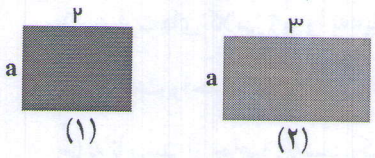
قیمت ۵ سیب : $5a$ قیمت ۷ گلابی : $7b$ قیمت ۳ سیب و ۲ گلابی : $3a+2b$

اگر فردی ازمیوه‌فروشی در یک روز ۳ سیب خریده باشد و در روز بعد ۲ سیب و ۴ گلابی خریده باشد مجموع هزینه این دو خرید چقدر می‌شود؟ $3a+(2a+4b)=(3a+2a)+4b$

هزینه = ... + ... = $5a + 4b$

★ چون سیب ها از یک جنس می باشند پس مثل جمع کردن می باشند

۲ــ الف) مساحت هر دو مستطیل را با عبارت جبری نشان دهید.



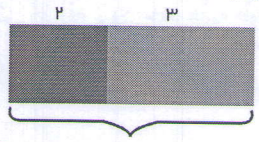
دسته ورزی

مساحت مستطیل (۱) $S_1 = 2a$ مساحت مستطیل (۲) $S_2 = 3a$

$S = S_1 + S_2 = ...2a... + ...3a... = 5a$

$(2+3)a = 2a+3a$ توزیع پذیری را نشان می دهد

ب) دو مستطیل را کنار هم گذاشته‌ایم. توضیح دهید مساحت این شکل چگونه به‌دست آمده است؟

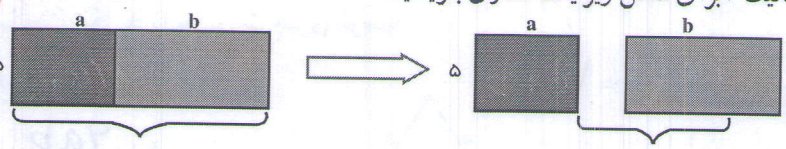


$S = (2+3)a = 5a$

چون عرض ها با هم برابرند پس مستطیلی به عرض a و طول ۲+۳ داریم

ج) پاسخ‌های الف و ب را با هم مقایسه کنید. مساوی است

۳ــ مانند فعالیت ۲ برای شکل زیر یک تساوی بنویسید.



$5a+5b = 5(a+b)$ آموزش فاکتورگیری

$5(a+b) = 5a+5b$ توزیع پذیری یا آوری شود

توضیح دهید که با کمک تساوی بالا چگونه می‌توان یک عدد بیرون پرانتز را در جمله‌های آن ضرب کرد.

جملات متشابه

هر کدام از عبارت ۲، a، ۳a، ۸b و ۵b یک جمله است. دو جمله a، ۳a متشابه‌اند اما ۸b و ۳a متشابه نیستند. برای ساده کردن عبارت‌های جبری، فقط جمله‌های متشابه را با هم درنظر می گیریم و آنها را با هم جمع یا تفریق می کنیم. لازم به ذکر است که در ساده کردن یک عبارت جبری، استفاده از قوانین مربوط به اعمال که در درس‌های گذشته خوانده‌اید مانند ضرب عددهای منفی در مثبت،منفی در منفی، مثبت در مثبت رعایت شود. خاصیت جابه‌جایی اعمال جمع و تفریق با یکدیگر، خاصیت شرکت‌پذیری ضرب و عدم اهمیت پرانتز، $(ab)c$ ، $a(bc)$ الزامی است.

کار در کلاس

حاصل عبارت‌های جبری زیر را به ساده‌ترین صورت ممکن بنویسید.

$(3n+1)+(2n+1) = 3n+1+2n+1 = 5n+2$ $(4n-7)+(7n+4) = 4n-7+7n+4 = 11n-3$

$3a-8b+6a+6b = 9a-2b$ $7a+6a-2a+3b = a+3b$

$4x-6y+1-3x+2y+7 = x-4y+8$ $2x-4y+7-3x+2y+1 = -x-2y+8$

۴۸

مرحله اول $4x+(-6y)+1+(-3x)+2y+7$ (اضافه کردن علامت جمع)

مرحله دوم $(4x+(-3x))+((-6y)+(2y))+(1+7)$ دسته بندی

$x + (-4y) + 8 = x-4y+8$

توزیع پذیری

$3(2x+5y) = 3\times(2x) + 3\times(5y)$

خاصیت شرکت پذیری $= (3\times2)x + (3\times5)y$

محتصرنویسی $= 6x + 15y$

① دسته‌بندی
② فاکتورگیری
③ ساده‌نویسی و انجام عملیات‌های جمع و تفریق

در زیر نحوهٔ جمع کردن جملات متشابه در عبارت جبری مشخص شده است.

$6x+5y-4x+8y = (6x-4x)+(5y+8y)=(6-4)x+(5+8)y=2x+13y$

همچنین نحوهٔ ضرب کردن یک عدد در پرانتز مشخص شده است.

$3(2x+5y) = 3\times2x+3\times5y= 6x+15y$

$-(3x-5y) = -1\times3x-1\times(-5y) = -3x+5y$

آموزش توزیع‌پذیری

$(-1)\times(3x+(-5y)) = (-1)\times(3x)+(-1)\times(-5y)$

توضیح دهید که چگونه از روی عددهای صحیح که در فصل اول آموختید، برای ساده کردن عبارت‌های جبری استفاده می‌کنید.

$= (-1\times3)x + (-1\times(-5))y = -3x+(+5y)$

$=-3x+5y$

تمرین

۱ــ عبارت‌های کلامی زیر را به‌عبارت جبری تبدیل کنید.

الف) هشت واحد بیشتر از یک عدد $a+8$ ب) هفت تا کمتر از ۴ برابر یک عدد $4x-7$

ج) نه تا بیشتر از حاصل تقسیم یک عدد بر ۵ $\frac{a}{5}+9$ د) دو سوم محیط (p) $\frac{2}{3}p$

۲ــ فاطمه قصد دارد با جمع کردن پول خود یک چادر نماز که توسط بنیاد ملی مد و لباس اسلامی ــ ایرانی معرفی شده است، خریداری کند قیمت این چادر $5d+4s$ است. اگر او در حال حاضر $4s$ تومان داشته باشد و هر هفته d تومان به پولش اضافه شود چند هفته طول می‌کشد تا بتواند پول آن را فراهم کند؟ ۵ هفته طول می‌کشد

۳ــ یک عبارت کلامی برای عبارت‌های جبری زیر بنویسید.

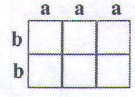
$7x$ $a+8$ $4x-7$

۴ــ محیط و مساحت شکل‌ها را به‌صورت جبری بنویسید.

$p=2(3a+2b)$

$p=6a+4b$

$s=6ab$



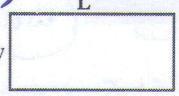
$s=3a\times2b$

$s=(3\times2)ab$

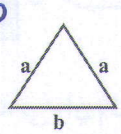
$s=6ab$

$p=2(w+l)$

$s=wl$



$p=2a+b$



۵ــ عبارت‌های جبری را ساده کنید.

۱) $3a-8+7a+6b = 10a+6b-8$

۲) $3p+4t-2p+7t = p+11t$

۳) $(4n-7)+(5n+6) = 9n-1$

۴) $(2x-8)-(3x+7) = -x-15$

۵) $4(2x-1)+3x-7 = 11x-11$

۶) $2x-7-(4x+8) = -6x-15$

۷) $6-7e+9h-2h+5e = -2e+7h+6$

۸) $4(y+x+2)-8(x-\frac{6}{-5}+1) = 4y-4x+48$

۹) $4x+7y-8x+2y+6x = 2x+9y$

۶ــ کدام عبارت جبری زیر را می‌توان به‌صورت ساده‌تری نوشت؟

۱) $t+5t = 6t$ ✓

۲) $-u-3v+4$ نمی‌توان

۳) $3z+9y$ نمی‌توان

۴) $7m-9n$ نمی‌توان

$7x$ ← ۷ برابر پول علی

$a+8$ ← پول سارا ۸ تومان بیشتر

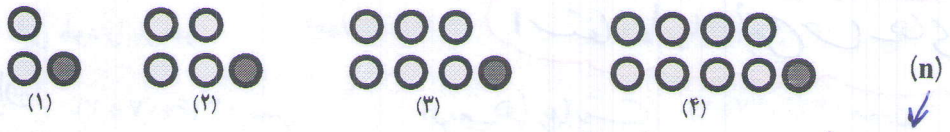
$4x-7$ ← از ۴ برابر پول زینب ۷ تومان کمتر است

MATH-HOME.IR

مقدار عددی یک عبارت جبری

فعالیت

۱ــ به شیوهٔ شمارش تعداد دایره‌ها توجه کنید. چه رابطه‌ای بین آن و شمارهٔ شکل‌ها وجود دارد؟



۲×۱+۱ ۲×۲+۱ ۲×۳+۱ ۲×۴+۱ ۲×n+۱

الف) تعداد دایره‌های شکل ۴ و شکل nام را بنویسید.

ب) تعداد دایره‌های شکل دهم را پیدا کنید. ۱۰×۲+۱=۲۱

$n=4 \rightarrow 3\times4-5=7$

$n=10 \rightarrow 3\times10-5=25$

۲ــ اگر جملهٔ nام یک الگو ۳n−۵ باشد، جملهٔ چهارم و دهم را پیدا کنید.

۳ــ عبارت ۲n−۷ را به ازای عددهای داده شده پیدا کنید. مانند نمونه راه حل را بنویسید.

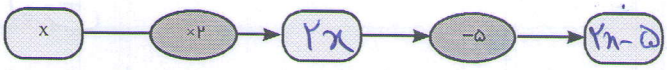
n	۱	۳	۰	۸	−۵	−۷	$\frac{۳}{۲}$
۲n−۷	۲×۱−۷=−۵	−۱	−۷	۹	−۱۷	−۲۱	−۴

$2\times\frac{3}{2}-7$
$=3-7$
$=-4$

۴ــ برای پیدا کردن محیط تشک کشتی رابطهٔ p = ۴a را نوشته‌اید. محیط یک تشک کشتی به طول ۵ متر را پیدا کنید.

$p=4\times5=20$

۵ــ در نمودار جبری زیر به جای x مقدار ۳ را قرار دهید و حاصل را پیدا کنید. عبارت‌های جبری نمودار را کامل کنید.



۲x −۵

↓

۲×۳ −۵ = ۶ − ۵

= ۱

در یک عبارت جبری اگر به‌جای متغیر یا متغیرهای آن، عدد یا عددهای معینی قرار دهیم، مقدار عددی آن عبارت به‌دست می‌آید. در انجام عملیات محاسبهٔ مقدار عبارت، ترتیب انجام عملیات را که سال گذشته آموخته‌اید، رعایت کنید. در مثال زیر به نحوهٔ ساختن یک عبارت عددی و سپس محاسبه و رعایت ترتیب انجام عملیات توجه کنید.

$a-(a-2b) \quad a=5 \quad , \quad b=3$

$5-(5-2\times3)=5-(5-6)=5-(-1)=5+1=6$

MATH-HOME.IR

کار در کلاس

۱ــ حسن و حسین مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $s=۳$، $t=۶$ محاسبه کرده‌اند. کدام یک پاسخ را درست به‌دست آورده است؟ دلیل خود را بنویسید.

$$۳(t+۲۷\div s)$$

استفاده از ماشین حساب‌های علمی

حسن: $۳(۶+۲۷\div ۳)$

$=۳\times(۳۳\div ۳)$

$=۳\times ۱۱=۳۳$ ✗

حسن ابتدا جمع را انجام داده در صورتی که تقسیم مقدم است

حسین: $۳(۶+۲۷\div ۳)$

$=۳\times(۶+۹)$

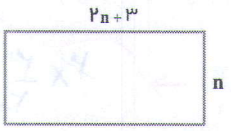
$=۳\times ۱۵=۴۵$ ✓

اولویت‌ها رعایت نشده است

۲ــ مقدار عددی عبارت را به ازای $a=۲$ به‌دست آورید.

$$\frac{۴a-۱}{۱+۲a}=\frac{۴\times ۲-۱}{۱+۲\times ۲}=\frac{۸-۱}{۱+۴}=\frac{۷}{۵}$$

۳ــ مستطیل مقابل را درنظر بگیرید.



$(۲n+۳)\times n$

الف) یک عبارت جبری برای پیدا کردن مساحت آن بنویسید

ب) اگر $n=۴$ باشد، مساحت مستطیل را پیدا کنید.

$۴\times(۲\times ۴+۳)=۴\times ۱۱=۴۴$

۴ــ مقدار عددی عبارت زیر را به ازای $x=۳$ و $y=۴$ به‌دست آورید.

$$x\,(y\times y-۸)\div ۱۲=$$

$$۳\times(۱۶-۸)\div ۱۲$$

$$۳\times ۸\div ۱۲=۲۴\div ۱۲=۲$$

نکته: در انجام تقسیم و ضرب اولویت از چپ است

فعالیت

مقدار عددی عبارت جبری زیر را به ازای $x=۲$ و $y=۳$ پیدا کنید.

$$۳(۲x-۳y)-۵(x-۲y)$$

$=۳\times(۴-۹)-۵(۲-۶)=-۱۵+۲۰=۵$

$=۳(۲\times ۲-۳\times ۳)-۵(۲-۲\times ۳)$

اکنون ابتدا عبارت جبری را ساده کنید، سپس مقدار آن را به ازای عددهای داده شده، پیدا کنید.

$۳(۲x-۳y)-۵(x-۲y)=$

$۶x-۹y-۵x+۱۰y=x+y=۲+۳=۵$

از مقایسهٔ جواب‌ها چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟

برای ساده‌تر کار می‌کنیم ابتدا عبارت‌های جبری را ساده‌نویسی (مختصرنویسی) کنیم سپس حاصل را بدست آوریم

MATH-HOME.IR

۱ــ سارا از یک فروشگاه کتاب تعداد k کتاب نو به مبلغ هر کدام ۷۰۰۰ تومان و s کتاب دست دوم به مبلغ هر کدام ۲۰۰۰ تومان خریداری می‌کند.

$7000k + 2000s$

الف) یک عبارت جبری برای مجموع خرید سارا بنویسید.

$7000\times3+2000\times6=21000+12000=33000$

ب) اگر سارا ۳ تا کتاب نو و ۶ کتاب دسته دوم خریده باشد، مجموع خرید سارا را پیدا کنید.

۲ــ کتابخانهٔ ملی یکی از مراکز معتبر در ایران است که کتاب‌های خطی و چاپی دانشمندان ایرانی در دوران باشکوه تمدن اسلامی را (مخصوصاً کتاب‌های قرن‌های دوم تا هفتم هجری) نگهداری می‌کند. اگر m نسخهٔ خطی و n نسخهٔ چاپی در این کتابخانه نگهداری شود و از هر نسخهٔ خطی ۲ میکروفیلم و از هر نسخهٔ چاپی یک میکروفیلم تهیه شده باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را با یک عبارت جبری نشان دهید.

$2m+n$

اگر ۱۰۰۰ نسخهٔ خطی و ۵۰۰۰ نسخهٔ چاپی وجود داشته باشد، تعداد کل میکروفیلم‌ها را پیدا کنید.

$2\times1000+5000=7000$

۳ــ مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده شده به‌دست آورید.

$-6x+y(x-y)$ و $x=8$ و $y=1$

$-48+1(8-1)=-48+7=-41$

$m+(n-1)(n-1)$ و $m=3$ و $n=-4$

$3+(-4-1)(-4-1)=3+25=28$

b	۳	−۳	۰	$-\frac{1}{2}$
$-3b+4$	−۵	۱۳	۴	$5\frac{1}{2}$

a	۲	−۵	$\frac{3}{4}$
$a+7$	۹	۲	$\frac{3}{4}+7=7\frac{3}{4}$

۴ــ مدیر یک دبیرستان قصد دارد دانش‌آموزان پایهٔ هفتم را جهت بازدید از شلمچه و هویزه اعزام کند. هزینهٔ بلیط قطار برای هر دانش‌آموز از تهران تا خرمشهر، سی هزار تومان است.

$30000a$

الف) هزینهٔ خرید بلیط برای a دانش‌آموز را به‌صورت یک عبارت جبری بنویسید.

ب) اگر مدرسه دارای ۱۲۰ دانش‌آموز در پایهٔ هفتم باشد، برای تهیهٔ بلیط قطاردانش‌آموزان چقدر باید بپردازند؟

$30000\times120=3,600,000$

۵ــ مقدار عددی عبارت‌های جبری را به ازای عددهای داده شده به‌دست آورید.

$x=10$, $y=20$

$4x-3y+7x-2(2x-y+3)$

$=11x-3y-4x+2y-6$

$=7x-y-6$

$=70-20-6$

$=50-6$

$=44$

$x=1/7$, $y=-0/6$

$2(x-3y+1)-(2x-6y-3)$

$2x-6y+2-2x+6y+3$

$=5$

MATH-HOME.IR

معادله

فعالیت

۱ــ محیط مربعی ۱۲ متر است. طول ضلع آن چقدر است؟ کلامی: چون p محیط است

در تساوی مقابل عدد ۱۲ را به‌جای چه حرفی باید قرار دهید؟ چرا؟ به‌جای p $p = ۴a$

چه چیزی مجهول است و باید مقدار آن را به‌دست آورید؟ ضلع مربع

این مقدار از حل کدام رابطه به‌دست آمده است؟ $۴a=۱۲$

۲ــ حالا می‌خواهیم ببینیم پاسخ رابطه $۶n+۷=۳۷$ یعنی چه عددی به‌جای n درنظر بگیریم تا تساوی برقرار شود؟ برای این کار به‌جای n عددهای مختلف را قرار دهید. درستی یا نادرستی تساوی را بررسی کنید.

n	۳	۴	۵ ✓	۶
$۶n+۷=۳۷$	$۶\times۳+۷=۲۵\neq۳۷$	$۲۴+۷\neq۳۷$	$۳۰+۷=۳۷$	$۳۶+۷\neq۳۷$

کدام عدد تساوی را برقرار کرد؟ عدد ۵

پاسخ معادله چیست؟ $n=۵$

تعریف معادله

یک تساوی جبری که به‌ازای بعضی از عددها به تساوی عددی تبدیل شود، یک معادله نامیده می‌شود. برای مثال $۴n=۱۲$ و $۶n=۳۷$ معادله هستند. جواب‌های معادله همان بعضی از عددها هستند که تساوی عددی را برقرار می‌کنند.

کار در کلاس

پاسخ معادله‌های زیر را با حدس و آزمایش پیدا کنید.

$x\times x = ۴$ $\quad$ $۵(x+۲)=۴۰$ $\quad$ $۸x-۷=۱۷$

$x=۲$ $\quad$ $x=-۲$ $\quad$ دقت شود $\quad$ $x=۶$ $\quad$ $x=۳$

آیا حدس زدن و آزمایش کردن راه حل مناسبی است؟ خیر زیرا طولانی است

و خیلی اوقات رسیدن به جواب غیر ممکن است

MATH-HOME.IR

فعالیت

۱ــ به دو طرف تساوی عددی زیر عددهایی را مانند نمونه اضافه کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$4=4 \xrightarrow{-\frac{2}{3}} 4+\left(-\frac{2}{3}\right)=4+\left(-\frac{2}{3}\right)$

$4=4 \xrightarrow{+1/5} 4+1/5=4+1/5$

$4=4 \xrightarrow{-7} -7+4=-7+4$

$4=4 \xrightarrow{+3} 4+3 \overset{?}{=} 4+3$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ می‌توانیم مقدار دلخواهی را به دو طرف معادله اضافه نمائیم

$$a=b \Longrightarrow a+c=b+c$$

۲ــ دو طرف تساوی زیر را در عددهای مختلف ضرب کنید. آیا باز هم تساوی برقرار است؟

$8=8 \xrightarrow{\times\frac{3}{4}} 8\times\frac{3}{4}=8\times\frac{3}{4}$

$8=8 \xrightarrow{\times 1/5} 8\times(1/5)=8\times 1/5$

$8=8 \xrightarrow{\times -2} 8\times(-2)=8\times(-2)$

$8=8 \xrightarrow{\times 3} 3\times 8=3\times 8$

چه نتیجه‌ای می‌گیرید؟ دو طرف یک تساوی را می‌توانیم در عدد دلخواهی ضرب کنیم

۳ــ توضیح دهید که در هر مرحله چگونه از دو نتیجهٔ فوق استفاده شده است تا معادله حل شود.

$2x-1=7 \xrightarrow{+1} 2x-1+1=7+1 \rightarrow 2x=8 \xrightarrow{\times\frac{1}{2}} \frac{1}{2}\times 2x=8\times\frac{1}{2} \longrightarrow x=4$

$\Rightarrow 2x-1+1=7+1$

$\Rightarrow 2x=8$

$\Rightarrow \frac{1}{2}\times 2x=8\times\frac{1}{2}$

$x=4$

مراحل حل معادلهٔ بالا را به صورت زیر نیز می‌توان خلاصه کرد.

$$2x-1=7 \rightarrow 2x=7+1=8 \rightarrow x=\frac{8}{2}=4$$

کار در کلاس

۱ــ معادله‌های زیر را حل کنید.

$9=4x-7 \Rightarrow x=4$

$3+4x=11 \Rightarrow x=2$

$x-6=10 \Rightarrow x=16$

$-8=2x+4 \Rightarrow x=-6$

$2x-4=x \Rightarrow x=4$

$3x-4=x \Rightarrow x=2$

$2x-4=x$

$\Rightarrow 2x-4-x=x-x$

$\Rightarrow x-4=0$

$\Rightarrow x-4+4=0+4$

$\Rightarrow x=4$

$8m + 400 = 4000 \Rightarrow 8m = 3600 \Rightarrow m = 450$ تومان ← قیمت کیف پول (۳)

$12x + 3/6 = 30 \Rightarrow 12x = 26/4 \Rightarrow x = 2/2$ متر (۴)

$(x-2) + x + (x+2) = -42 \Rightarrow x = -14$ (۱)

عدد زوج وسطی

فعالیت

همان‌طور که، در مقدمه شروع کتاب بیان شد، راهبرد روش‌های نمادین کاربردهای زیادی دارد. اکنون که استفاده از حروف را آموخته‌اید، مسئلهٔ زیر را به یک معادله تبدیل و آن را حل کنید.

اصلاح شود

باغبان شهرداری ۱۰۰ عدد گل بنفشه را در باغچه‌ای به مساحت ۶ متر مربع در میدان شهر کاشت و در آخر هم ۴ گل تا اضافه آورد او به‌طور متوسط در هر متر مربع چند بنفشه کاشته است؟

(انتخاب مجهول) خواستهٔ مسئله : x : تعداد بنفشه‌ها در هر متر مربع

تبدیل عبارت کلامی مسئله به عبارت جبری (تشکیل معادله) : $6x + 4 = 100$

(حل معادله) : $6x = 100 - 4 = 96$

$x = 96 \div 6 = 16$

تمرین

۱ــ معادله‌های زیر را حل کنید.

۱) $2x - 3 = -9 \Rightarrow x = -3$ ۲) $3x + 5 = 14 \Rightarrow x = 3$ ۳) $3x - 2 = 10$ ۴) $2x + 7 = 1$ $x = -3$

۵) $7 + 2x = -8 \rightarrow x = -7/5$ ۶) $3x - 1 = 10 \rightarrow x = \frac{11}{3}$ ۷) $2x - 4 = x - 3$ $x = 1$ ۸) $x - 1 + 3x = 6x - 7 \rightarrow x = 3$

۲ــ فاطمه کتاب داستانی را در ۶ ساعت مطالعه کرد و ۱۰ صفحه از آن باقی ماند. اگر این کتاب ۱۰۰ صفحه داشته باشد، فاطمه به‌طور متوسط در هر ساعت چند صفحه از آن را مطالعه کرده است؟ $6x + 10 = 100 \Rightarrow x = 15$

اصلاح شود

۳ــ محسن برای خرید ۸ مداد ۴۰۰۰ تومان به فروشنده داد و ۴۰۰ تومان پس گرفت. قیمت از آن مداد چند تومان بوده است؟

۴ــ از یک توپ پارچهٔ ۳۰ متری ۱۲ دست کت و شلوار دوخته شده و ۳/۶ متر هم باقی مانده است. برای هر دست کت و شلوار چند متر پارچه مصرف شده است؟

۵ــ آیا $x=2$ جواب معادلهٔ $\frac{x-3}{3} - \frac{x-3}{2} = \frac{1}{6}$ است؟ چرا؟ $-\frac{1}{3} - \frac{-1}{2} = -\frac{1}{3} + \frac{1}{2} = \frac{-2+3}{6} = \frac{1}{6}$ بلی

۶ــ آیا $x=-3$ جواب معادلهٔ $x \times x - 3x = 0$ است؟ چرا؟ $(-3)\times(-3) - 3\times(-3) = 9 + 9 = 18 \neq 0$ خیر

۷ــ احمد و بهمن ۳۶ جلد کتاب را صحافی کردند. احمد ۶ جلد کتاب بیش از بهمن صحافی کرده است. هر کدام از آنها چند جلد کتاب صحافی کرده است؟ $x + (x+6) = 36 \Rightarrow x = 15$ (احمد)

احمد = ۲۱

بهمن = ۱۵

حل سه تمرین زیر برای همهٔ دانش‌آموزان الزامی نیست.

۸ــ سه عدد صحیح زوج متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آن ۴۲- شود. جواب $-14, -16, -12$

۹ــ دوعدد متوالی را بگونه‌ای پیدا کنید که مجموع آنها برابر ۱۹ گردد. $x + (x+1) = 19 \Rightarrow x = 9$

۱۰ــ چهار عددصحیح فرد متوالی را بگونه‌ای پیدا کنید که مجموع آنها عدد ۸۰- گردد.

$x + (x+2) + (x+4) + (x+6) = -80$

$4x = -80 - 12 = -92$

$x = -23$

$(-23) + (-21) + (-19) + (-17) = -80$

-40

-60

حل سؤال ۴

کالری	وزن
۳۵۰۰	۰/۴۵
۱۴x	۱/۸

$\Rightarrow x = \frac{۳۵۰۰ \times ۱/۸}{۱۴ \times ۰/۴۵} = ۱۰۰۰$ در هر روز باید بسوزاند

روش دوم

۳۵۰۰	۰/۴۵
y	۱/۸

$\Rightarrow y = ۱۴۰۰۰$ ۱۴۰۰۰ کالری باید بسوزاند

$۱۴x = ۱۴۰۰۰ \Rightarrow \boxed{x = ۱۰۰۰}$ میزان کالری که در یک روز باید بسوزاند

مفاهیم و مهارت ها

در این فصل واژه‌های زیر به‌کار رفته‌اند. مطمئن شوید که می‌توانید با جملات خود آنها را تعریف کنید. برای هر کدام مثال بزنید.

■ الگوی عددی ■ عبارت جبری ■ متغیر ■ جملات متشابه ■ معادله

در این فصل روش‌های اصلی زیر مطرح شده‌اند. با یک مثال هر کدام را توضیح دهید و در دفتر خود یک خلاصه درس بنویسید.

■ نوشتن جملهٔ nام یک الگو ■ پیدا کردن جواب معادله با حدس زدن

■ تبدیل عبارت‌های کلامی به عبارت‌های جبری ■ تشکیل معادله و تبدیل مسئله‌های یک معادله

■ نوشتن محیط و مساحت شکل‌ها با عبارت جبری ■ پیدا کردن مقدار عددی یک عبارت جبری

■ ساده کردن عبارت‌های درس با جمع و تفریق جملات متشابه ■ مفهوم معادله و جواب معادله

■ ضرب عدد در پرانتز ■ روش حل معادله

■ ساده کردن عبارت و سپس محاسبهٔ مقدار عبارت جبری

۳ راه تستی

عدد زوج وسط $\frac{-۸}{۴} = -۲$

$-۵ , -۳ , -۲ , -۱ , ۱$

کاربرد

مهم‌ترین کاربرد این درس حل مسئله با کمک راهبرد روش‌های نمادین (تشکیل معادله) و بیان جبری الگوها و خاصیت‌ها و قوانین است. از این درس در فصل بعدی استفادهٔ زیادی برای بیان رابطه‌های مربوط به مساحت و حجم خواهد شد.

تمرین‌های ترکیبی

در صورتی که تمرین‌های زیر را بتوانید انجام دهید، مطمئن باشید این فصل را به‌خوبی فراگرفته‌اید.

۱ــ مقدرا عبارت جبری زیر را به ازای x=−۱ و y=−۲ پیدا کنید.

$۳(۲x-y+۱)-۴x+y-۳-(۲x-y-۷) = ۶x-۳y+۳-۴x+y-۳-۲x+y+۷$

$-y+۷ = -۲+(-۱) = -۳$

۲ــ معادلهٔ زیر را حل کنید.

$۲x-۳x+۲(x+۲)=۱۴ \Rightarrow -x+۲x+۴=۱۴ \Rightarrow \boxed{x=۱۰}$

بالا ↑

۳ــ چهار عدد فرد متوالی پیدا کنید که حاصل جمع آنها ۸− شود.

$x+(x+۲)+(x+۴)+(x+۶) = -۸ \Rightarrow ۴x = -۲۰$

راه تستی

$\Rightarrow \boxed{x=-۵} , -۳ , -۱ , ۱$

۴ــ شخصی با سوزاندن ۳۵۰۰ کالری، ۰/۴۵ کیلوگرم از وزنش خود را کم می‌کند. میزان کالری‌ای که فرد باید در هر روز بسوزاند تا در ۲ هفته ۱/۸ کیلوگرم از وزنش کم شود، چقدر است؟

حل در بالا

۵ــ یک مسئله بنویسید که متناظر با معادلهٔ مقابل باشد. $۲x-۱=۷$

عددی را پیدا کنید که اگر از دو برابر آن یک واحد کنیم حاصل برابر ۷ می‌شود

MATH-HOME.IR

MATH-HOME.IR

۲ تمرین های دوره ای

۱ــ چهار عبارت جبری و چهار عبارت کلامی در زیر نوشته شده است. مشخص کنید که هرکدام از عبارات جبری فوق، مربوط به کدام عبارت کلامی است :

iv الف) پنج مقدار بیشتر از n $n+5$ ب) چهار برابر تفاضل y و ۳ ii $4(y-3)$

i ج) یک سوم عدد ۱۹ $\frac{19}{3}$ د) حاصل‌ضرب x و y تقسیم بر ۳ iii $\frac{xy}{3}$

(i) $\frac{19}{3}$ (ii) $4(y-3)$ (iii) $\frac{xy}{3}$ (iv) $n+5$

۲ــ حاصل عبارت‌های زیر را به‌دست آورید.

$-12+12+3=3$ $7+3-18=-8$ $-5-8+9=-4$

$-8+12-4=0$ $-3+14-11=0$ $-4-5-6=-15$

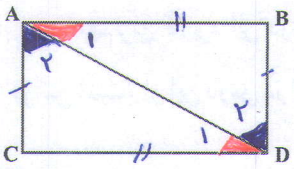
۳ــ عبارت‌های جبری زیر را ساده کنید.

$3a+7+3a-5a-10=a-3$ $5f+8f+4+10f-9=23f-5$

$-6(y+x-1)+3(1-8-y)=-9y-6x-15$ $-4(x+1)+2(x+1)=-2x-2$

۴ــ مثلث قائم الزاویه‌ای رسم کنید که وترش ۵ سانتی‌متر و یک زاویهٔ آن 30° باشد. در کدام حالت از رسم مثلث استفاده کرده‌اید؟

۵ــ چهارضلعی ABCD یک مستطیل است دلیل تساوی دو مثلث را بنویسید. ← بررسی شود

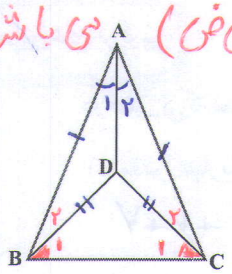


$AC=DB$ (فرض) $DC=AB$ (فرض) $\hat{C}=\hat{B}=90^\circ$ (فرض) $\Rightarrow \triangle ABD=\triangle DCA$ ①

$\hat{A}_1=\hat{D}_1$ (حالت سوم تساوی مثلث‌ها) $D_2=A_2$ $AD=AD$ $\Rightarrow \triangle ABD=\triangle DCA$ (زض) ②

روش ③ " " حالت (ض ض ض) می باشد

۶ــ در شکل مقابل AB = AC و DC = BD است. چرا AD نیمساز زاویهٔ A است؟

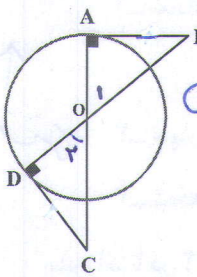


فرض $AB=AC$ فرض $BD=CD$ $AD=AD$ $\Rightarrow \triangle ABD=\triangle ACD$ (ض ض ض) $\Rightarrow \hat{A}_1=\hat{A}_2$ ⇒ AD نیمساز است

$AB=AC \Rightarrow \hat{B}=\hat{C}$ $DB=DC \Rightarrow \hat{B}_1=\hat{C}_1$ $\Rightarrow \hat{B}_2=\hat{C}_2$ $AB=AC$ $\Rightarrow \triangle ABD=\triangle ACD$ (زض)

$\hat{A}_1=\hat{A}_2$ ⇒ AD نیم‌ساز است

۷ــ با توجه به شکل دلیل تساوی دو پاره خط AB و DC و همچنین دو پاره خط OB و OC را بنویسید.

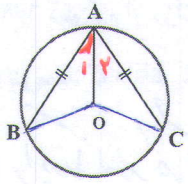


$\hat{O}_1=\hat{O}_2$ (متقابل به راس) $\hat{A}=\hat{D}=90^\circ$ $OA=OD$ (شعاع دایره) $\Rightarrow \triangle OAB=\triangle ODC$ (زض)

(O مرکز دایره است)

$\Rightarrow AB=DC$ $OB=OC$ (اجزاء متناظر)

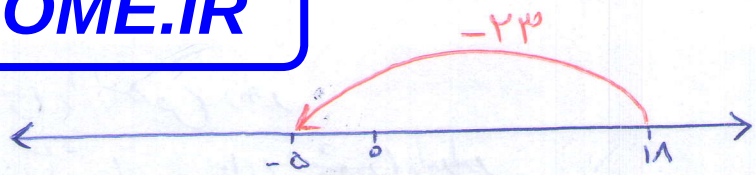
۸ــ می‌دانیم AB = AC است؟ چرا OA نیمساز زاویهٔ A است؟



(O مرکز دایره است)

$AB=AC$ (فرض) $OA=OA$ $OB=OC$ (شعاع) $\Rightarrow \triangle AOB=\triangle AOC$ (ض ض ض) $\Rightarrow \hat{A}_1=\hat{A}_2$

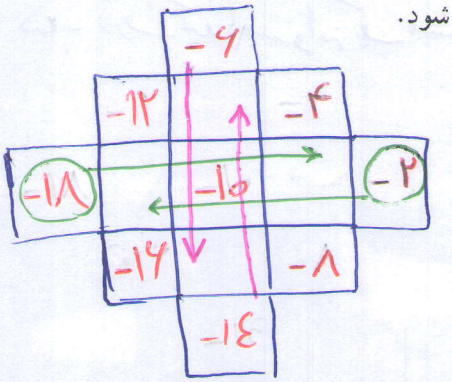
MATH-HOME.IR



$+۱۸ - ۲۳ = -۵$ دمای هوای بیرون

۹ــ در ساعت ۷ صبح یک روز زمستانی دمای اتاق ۱۸+ درجه بود. فاطمه پس از این که مقدار دمای هوای بیرون را از رادیو شنید، حساب کرد و گفت : هوای بیرون ۲۳ درجه از اتاق سردتر است. دمای هوای بیرون چند درجه بود؟

۱۰ــ جدول زیر را طوری کامل کنید که حاصل جمع هر ردیف و هر ستون و هر قطر ۳۰- شود.



-۱۲	-۱۴	-۴	= -۳۰
-۲	-۱۰	-۱۸	= -۳۰
-۱۶	-۶	-۸	= -۳۰
= -۳۰	= -۳۰	= -۳۰	= -۳۰

-۲, -۴, -۶, -۸,
-۱۰, -۱۲, -۱۴, -۱۶, -۱۸

۱۱ــ یک ماشین عددساز با قانون زیر کار می‌کند.

$۳x + (-۷)$

«عدد ورودی را در ۳+ ضرب کن و حاصل را با ۷- جمع کن»

با وارد کردن عدد ۲+ به این دستگاه چه عددی خارج می‌شود؟ -۱

اگر عددخارج شده ۵ باشد، چه عددی وارد دستگاه شده است؟ اصل اصیه

$۳x - ۷ = ۵ \Rightarrow x = ۴$

۱۲ــ حاصل عبارت روبه‌رو را به دست آورید. $-۱+۲-۳+۴-۵+\ldots-۴۹+۵۰ =$

علامت... یعنی عبارت به همین ترتیب ادامه پیدا می‌کند.

$(-۱+۲)+(-۳+۴)+\ldots+(-۴۹+۵۰) = ۲۵$

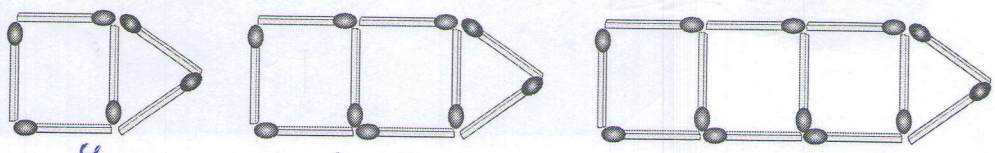
۱۳ــ با کارت‌های عدد به صورت $\boxed{۶}\ \boxed{۴}\ \boxed{-۲}\ \boxed{۰}\ \boxed{-۱}\ \boxed{-۳}\ \boxed{-۵}\ \boxed{-۷}$ جاهای خالی را کامل کنید.

$(-۵)+۴=-۱$ $\quad (-۷)+۴=۳$ $\quad ۶+(-۱)=۵$

بیشترین مقدار ممکن = $۶+۰+۴$ $\quad$ کمترین مقدار ممکن = $(-۳)+(-۵)+-۷$

$(-۷)+۶=-۱$

۱۴ــ با توجه به الگویی که در ساختن شکل‌های زیر است، تعداد چوب کبریت‌های لازم برای شکل nام را پیدا کنید.



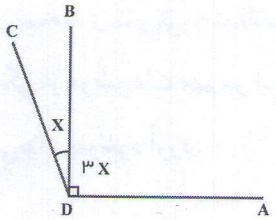
۶ $\quad$ ۶+۳ $\quad$ ۶+۳+۳

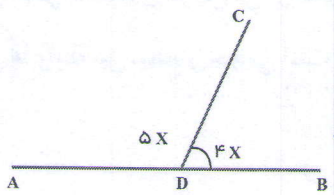
۳+۳ $\quad$ ۳+۳+۳ $\quad$ ۳+۳+۳+۳

$\Rightarrow ۳n+۳$

یا $۳(n+۱)$

۱۵ــ مقدار x را بدست آورید





$۳x = ۹۰$
$x = ۳۰$

$۹x = ۱۸۰$
$x = ۲۰$

اصل اصیه